

**PRIORITY  
DOCUMENT**

SUBMITTED OR TRANSMITTED IN  
COMPLIANCE WITH RULE 17.1(a) OR (b)

**BEST AVAILABLE COPY**

#804/52154



REC'D 28 OCT 2004	
WIPO	PCT

# Ministero delle Attività Produttive

*Direzione Generale per lo Sviluppo Produttivo e la Competitività*

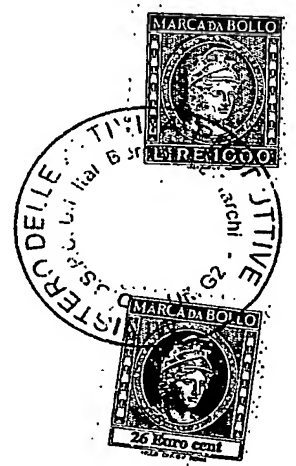
*Ufficio Italiano Brevetti e Marchi*

*Ufficio G2*

**Autenticazione di copia di documenti relativi alla domanda di brevetto per:  
INVENZIONE INDUSTRIALE N.MI 2003 A 001779 del 18.09.2003**



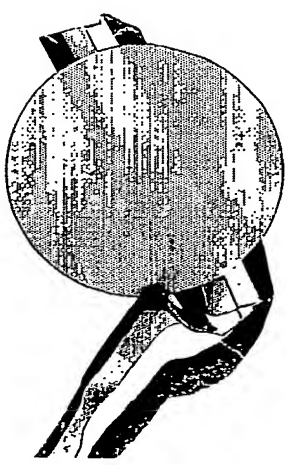
Si dichiara che l'unità copia è conforme ai documenti originali depositati con la domanda di brevetto sopra specificata, i cui dati risultano dall'accluso processo verbale di deposito.



Roma, li.....5. AGO. 2004

IL FUNZIONARIO

Giampietro Carletto  
*Giampietro Carletto*

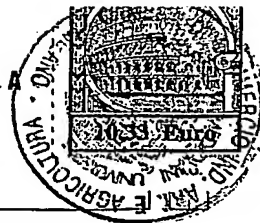


## AL MINISTERO DELLE ATTIVITÀ PRODUTTIVE

UFFICIO ITALIANO BREVETTI E MARCHI - ROMA

DOMANDA DI BREVETTO PER INVENZIONE INDUSTRIALE, DEPOSITO RISERVE, ANTICIPATA ACCESSIBILITÀ AL PUBBLICO

MODULO A



## A. RICHIEDENTE (I)

1) Denominazione POLITECNICO DI MILANO  
 Residenza MILANO codice 04376620151  
 2) Denominazione \_\_\_\_\_  
 Residenza \_\_\_\_\_ codice \_\_\_\_\_

## B. RAPPRESENTANTE DEL RICHIEDENTE PRESSO L'U.I.B.M.

cognome nome MITTLER Enrico e altri cod. fiscale \_\_\_\_\_  
 denominazione studio di appartenenza MITTLER & C. s.r.l.  
 via le Lombardia n. 20 città MILANO cap 20131 (prov) MI

C. DOMICILIO ELETTIVO destinatario vedi sopra  
 via \_\_\_\_\_ n. \_\_\_\_\_ città \_\_\_\_\_ cap \_\_\_\_\_ (prov) \_\_\_\_\_

D. TITOLO classe proposta (sez/cl/scl) \_\_\_\_\_ gruppo/sottogruppo \_\_\_\_\_  
"Metodo per la determinazione della superficie tridimensionale di un oggetto"

ANTICIPATA ACCESSIBILITÀ AL PUBBLICO: SI ☐ NO ☒ SE ISTANZA: DATA \_\_\_\_\_ N° PROTOCOLLO \_\_\_\_\_

E. INVENTORI DESIGNATI cognome nome  
 1) TUBARO Stefano 3) PICCARRETA Luca  
 2) SARTI Augusto 4) MARCON Marco

F. PRIORITÀ  
 nazione o organizzazione tipo di priorità numero di domanda data di deposito allegato S/R  
 1) \_\_\_\_\_  
 2) \_\_\_\_\_

G. CENTRO ABILITATO DI RACCOLTA CULTURE DI MICRORGANISMI, denominazione \_\_\_\_\_

H. ANNOTAZIONI SPECIALI

## DOCUMENTAZIONE ALLEGATA

N. es.  
 Doc. 1) 1 PROV n. pag. 22 riassunto con disegno principale, descrizione e rivendicazioni (obbligatorio 1 esemplare) ...  
 Doc. 2) 1 PROV n. tav. 01 disegno (obbligatorio se citato in descrizione, 1 esemplare) ...  
 Doc. 3) 1 RIS dichiarazione sostitutiva  
 Doc. 4) 0 RIS designazione inventore ...  
 Doc. 5) 0 RIS documenti di priorità con traduzione in italiano ...  
 Doc. 6) 0 RIS autorizzazione o atto di cessione ...  
 Doc. 7) 0 nominativo completo del richiedente

8) attestati di versamento, totale Euro 291,80 (duecentonovantuno/80) obbligatorio

COMPILATO IL 17/10/2003 FIRMA DEL(I) RICHIEDENTE(I) l.p. POLITECNICO DI MILANO

CONTINUA SI/NO NO Dr. Ing. MITTLER Enrico

DEL PRESENTE ATTO SI RICHIEDE COPIA AUTENTICA SI/NO SI

CAMERA DI COMMERCIO IND. ART. E AGR. DI MILANO MILANO cod. 5115

VERBALE DI DEPOSITO NUMERO DI DOMANDA MI2003A 001779 Reg. A.

L'anno DUEMILATRE, il giorno DICIOTTO, del mese di SETTEMBRE

Il(I) richiedente(i) sopradenotato(i) ha(hanno) presentato a me sottoscritto la presente domanda, corredata di n. 01 fogli agglunthi per la concessione del brevetto soprariportato.

I. ANNOTAZIONI VARIE DELL'UFFICIALE ROGANTE

IL DEPOSITANTE Mittler L'UFFICIALE ROGANTE M. CORTONESI

## D. TITOLO

"Metodo per la determinazione della superficie tridimensionale di un oggetto"

## L. RIASSUNTO

La presente invenzione si riferisce ad un metodo per la determinazione della superficie tridimensionale di un oggetto.

In una sua forma di realizzazione il metodo per la determinazione della superficie tridimensionale di un oggetto comprende le fasi di: definire (1) le coordinate di una pluralità di punti di detto oggetto; definire (2) una matrice tridimensionale di celle che contenga detto oggetto alle quali è possibile associare un valore; determinare (3) la distanza tra ogni centro di dette celle di detta matrice tridimensionale di celle ed il punto più vicino di detta pluralità di punti di detto oggetto; fissare (4) il valore di alcune celle di detta matrice tridimensionale di celle ad un primo valore prefissato; determinare (7) il valore che assume ogni cella di detta matrice tridimensionale di celle, ad eccezione di dette alcune celle, mediante la seguente formula

$$F(\bar{x}_i, t+1) = \frac{F(\bar{x}_i, t) \cdot v_i + w \cdot \sum_j F(\bar{x}_j, t) \cdot v_j}{v_i + w \cdot \sum_j v_j}$$

dove  $\bar{x}_i$  rappresenta le coordinate del centro della cella  $i$ -esima,

$F(\bar{x}_i, t)$  rappresenta il valore della cella  $i$ -esima al tempo  $t$ ,

$v_i$  rappresenta detta distanza,

$w$  rappresenta un secondo valore prefissato, e

$j$  indica un intorno di celle della cella  $i$ -esima;

determinare (9) la somma in modulo delle variazioni del valore di ogni cella tra il tempo  $t$  ed il tempo  $t+1$ ; ripetere (10) detta fase di determinare il valore che assume ogni cella di detta matrice tridimensionale di celle se detta somma è maggiore di un terzo valore prefissato. (Fig. 1).

## M. DISEGNO

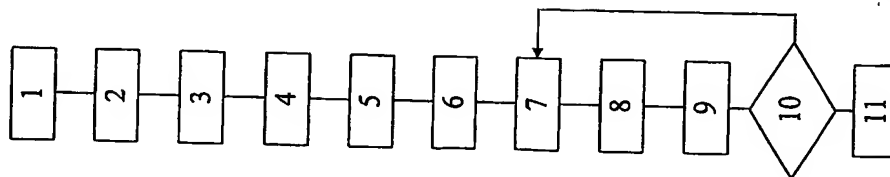


Fig. 1

## DESCRIZIONE

dell'invenzione industriale avente per titolo:

“Metodo per la determinazione della superficie tridimensionale di un oggetto”.

a nome: POLITECNICO DI MILANO

\* \* \* \*

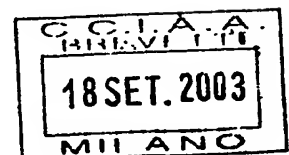
La presente invenzione si riferisce ad un metodo per la determinazione della superficie tridimensionale di un oggetto e relativo programma per calcolatore.

Per descrivere ed analizzare la geometria di oggetti che devono essere realizzati sono noti metodi di modellazione che utilizzano calcolatori. In particolare, quando si vuole ottenere una superficie tridimensionale chiusa da un insieme di punti, acquisiti da un oggetto reale, si fa normalmente uso di una tecnica denominata level-set che descrive una superficie chiusa come una superficie di livello di una funzione volumetrica (o funzione implicita).

La tecnica level-set prevede l'evoluzione temporale della funzione volumetrica, secondo una opportuna equazione alle derivate parziali, tipicamente appartenente alla famiglia di equazioni di Hamilton – Jacobi.

La funzione volumetrica descrive la distanza di ciascun punto dalla superficie chiusa e tale distanza sarà dotata di segno positivo o negativo a seconda che il punto considerato sia interno o esterno alla superficie. Quindi l'insieme di punti che possiedono una distanza nulla dalla superficie  $S$  rappresentano la superficie stessa. La tecnica prevede di far evolvere la superficie chiusa, definita dall'equazione di Hamilton – Jacobi in modo che essa circonda ed aderisca alla nuvola di punti 3D che descrive l'oggetto.

MI 2003 A 001779 - 2 -



Viene utilizzata questa tecnica in quanto in grado di adeguarsi alle varie tipologie di oggetti ed alle più disparate tecniche di acquisizione dei punti. Tale tecnica infatti, non richiede alcuna informazione aggiuntiva sulla topologia dei punti acquisiti ed è insensibile alla tecnica utilizzata: la densità dei punti può variare nelle diverse zone dell'oggetto considerato; non è richiesta alcuna informazione sulla sequenza di acquisizione dei punti o sulle loro relative posizioni spaziali; ed il numero di oggetti chiusi separati tra loro è influente per l'algoritmo.

Poiché questa tecnica richiede l'aggiornamento di una funzione volumetrica ad ogni passo di evoluzione del fronte, il costo computazionale è solitamente molto elevato, al punto da rendere il metodo di scarsa utilità pratica. Sono noti metodi che consentono di ridurre il costo computazionale di questa tecnica, ad esempio limitandosi ad aggiornare la funzione volumetrica in una zona circoscritta circostante il fronte in evoluzione. Ciò nonostante il costo computazionale rimane proibitivo.

Sono anche note tecniche alternative a quello del level-set. Ad esempio, sono noti metodi come quelli della triangolazione di Delaunay, del NURBS (Non Uniform Rational B-Splines) e del HRBF (Hierarchical Radial Basis Function). Ciascuno di questi metodi ha delle limitazioni ed impongono una serie di vincoli sull'insieme dei punti acquisiti, come ad esempio hanno una forte dipendenza della complessità computazionale dal numero di punti, oppure hanno la necessità di avere una distribuzione spaziale dei punti acquisiti quanto più uniforme possibile.

In vista dello stato della tecnica descritto, scopo della presente invenzione è quello di provvedere ad un metodo per la determinazione della superficie

tridimensionale di un oggetto veloce e che non abbia gli inconvegni della arte nota.

In un suo primo aspetto la presente invenzione si riferisce ad un metodo per la determinazione della superficie tridimensionale di un oggetto comprendente le fasi di: definire le coordinate di una pluralità di punti di detto oggetto; definire una matrice tridimensionale di celle che contenga detto oggetto alle quali è possibile associare un valore; determinare la distanza tra ogni centro di dette celle di detta matrice tridimensionale di celle ed il punto più vicino di detta pluralità di punti di detto oggetto; fissare il valore di alcune celle di detta matrice tridimensionale di celle ad un primo valore prefissato; determinare il valore che assume ogni cella di detta matrice tridimensionale di celle, ad eccezione di dette alcune celle, mediante la seguente formula

$$F(\bar{x}_i, t+1) = \frac{F(\bar{x}_i, t) \cdot v_i + w \cdot \sum_j F(\bar{x}_j, t) \cdot v_j}{v_i + w \cdot \sum_j v_j}$$

dove

$\bar{x}_i$  rappresenta le coordinate del centro della cella  $i$ -esima,

$F(\bar{x}_i, t)$  rappresenta il valore della cella  $i$ -esima al tempo  $t$ ,

$v_i$  rappresenta detta distanza,

$w$  rappresenta un secondo valore prefissato, e

$j$  indica un intorno di celle della cella  $i$ -esima;

determinare la somma in modulo delle variazioni del valore di ogni cella tra il tempo  $t$  ed il tempo  $t+1$ ; ripetere detta fase di determinare il valore che assume ogni cella di detta matrice tridimensionale di celle se detta somma è maggiore di un terzo valore prefissato.

In un suo secondo aspetto la presente invenzione si riferisce ad un programma per calcolatore comprendente un codice di programma che esegue tutte le fasi del metodo per la determinazione della superficie tridimensionale di un oggetto quando detto programma è eseguito su detto calcolatore.

In un suo terzo aspetto la presente invenzione si riferisce ad un programma per calcolatore registrato su un supporto utilizzabile da detto calcolatore per controllare l'esecuzione di tutte le fasi del metodo per la determinazione della superficie tridimensionale di un oggetto.

Grazie alla presente invenzione, sostituendo l'equazione differenziale alle derivate parziali normalmente utilizzata in letteratura (Hamilton-Jacobi) con una che si presta molto bene a descrivere funzioni discontinue quali sono quelle che descrivono l'interfaccia fra due fluidi immiscibili, ossia una delle equazioni di Navier-Stokes, derivata dalla fluidodinamica, si riduce notevolmente il costo computazionale, ed è possibile ottenere una convergenza molto più rapida. La superficie può essere interpretata come il fronte tra due fluidi viscosi che si muove fino ad avvolgere completamente l'oggetto. In particolare, agendo sul valore di viscosità dei fluidi impiegati risulta inoltre possibile controllare il livello di rugosità consentendo di ottenere superfici lisce anche qualora i punti presentassero delle deviazioni dal loro corretto posizionamento spaziale. Inoltre, il metodo proposto consente di introdurre elementi e strategie che consentono un controllo fine dell'evoluzione del fronte, basato su principi di semplice interpretabilità fisica. Ad esempio, è possibile introdurre una turbolenza artificiale nei fluidi che agevoli la penetrazione all'interno di cavità particolarmente strette. Risulta così possibile fornire una determinazione corretta anche di



configurazioni di punti che tradizionalmente erano state negate. L'equazione di Navier-Stokes, grazie alla sua flessibilità, può essere impiegata per determinare più funzioni volumetriche che descrivono diverse parti dell'oggetto considerato. Oggetti particolarmente complessi o con elevate risoluzioni possono quindi essere rappresentati calcolando separatamente l'evoluzione della funzione volumetrica sulle diverse parti che li compongono. I singoli risultati ottenuti vengono poi ricomposti per ottenere la funzione volumetrica complessiva impiegando un semplice operatore matematico.

Le caratteristiche ed i vantaggi della presente invenzione risulteranno evidenti dalla seguente descrizione dettagliata di una sua forma di realizzazione pratica, illustrata a titolo di esempio non limitativo nell'unito disegno, nel quale la figura 1 mostra un diagramma di flusso del metodo per la determinazione della superficie tridimensionale di un oggetto.

La presente invenzione si basa sull'utilizzo della equazione differenziale alle derivate parziali di Navier – Stokes per la conservazione della massa nella quale viene utilizzata una ridefinizione del vettore velocità secondo un criterio descritto nel seguito. Essa descrive il moto di due fluidi immiscibili che convergono, l'uno dall'interno e l'altro dall'esterno, verso la nuvola di punti che descrive l'oggetto considerato. Al termine dell'evoluzione, quando entrambi i fluidi aderiscono ai punti dell'oggetto, la superficie di separazione tra i due coincide con la superficie dell'oggetto stesso.

La funzione volumetrica descrive il contenuto dei due fluidi in ciascuna cella elementare o voxel, dove con voxel si intende l'elemento elementare della griglia volumetrica, così come il pixel viene utilizzato per una griglia



bidimensionale. Per distinguere i due fluidi abbiamo attribuito ad essi massa di segno opposto. Pertanto una cella nella quale la funzione volumetrica valga  $-1$  contiene esclusivamente il fluido interno, mentre un valore di  $+1$  indica che è presente esclusivamente il fluido esterno.

Se tra due celle attigue la funzione volumetrica cambia di segno implica che tra essi passa la superficie di separazione e quindi anche la superficie dell'oggetto. L'esatto punto di passaggio viene determinato mediante operazioni di interpolazione.

La posizione esatta della superficie di contatto tra i due fluidi viene quindi identificata dalla posizione del level-set zero (ossia l'insieme di punti con distanza nulla dalla superficie).

La legge per la conservazione della massa è uno dei principi fondamentali della fisica classica ed è indipendente dalla natura dei fluidi e dalle forze che agiscono su di essi; essa esprime il principio secondo il quale in un sistema fluidodinamico la massa non può scomparire o venir creata se non in presenza di pozzi o sorgenti.

Il valore  $F$  della funzione volumetrica in ciascuna cella indica la quantità di fluido al suo interno e tale valore viene modificato dalle forze agenti sul fluido, dalla sua velocità, dalla diffusione proveniente dalle celle attigue e dalle sorgenti o pozzi.

L'evoluzione di un fluido all'interno di un sistema può essere descritta tramite il vettore di flusso  $G$  che esprime la quantità di fluido che attraversa una superficie in un dato intervallo di tempo.

Nella sua formulazione classica la legge di conservazione per la massa afferma che la variazione per unità di tempo della quantità di materia  $F$

all'interno di un volume  $\Omega$ ,

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} F d\Omega$$

è pari al contributo netto del flusso che attraversa la superficie esterna  $S$  di  $\Omega$ , al contributo  $Q_v$  di sorgenti (o pozzi) di volume al suo interno, ed al contributo di sorgenti  $\bar{Q}_s$  orientate, lungo la sua superficie  $S$ . I contributi dovuti alle diverse sorgenti possono quindi essere scritti come:

$$\int_{\Omega} Q_v d\Omega + \int_S \bar{Q}_s \cdot d\bar{S}$$

La formulazione generale per l'equazione di conservazione della massa può quindi essere scritta come:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} F d\Omega = - \int_S \bar{G} \cdot d\bar{S} + \int_{\Omega} Q_v d\Omega + \int_S \bar{Q}_s \cdot d\bar{S}$$

Il segno negativo davanti all'integrale di flusso è dovuto al fatto che l'areola  $d\bar{S}$  è orientata verso l'esterno di  $\Omega$ .

Utilizzando il teorema di Gauss è possibile riscrivere la precedente equazione utilizzando esclusivamente termini di volume:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \bar{\nabla} \cdot \bar{G} = Q_v + \bar{\nabla} \cdot \bar{Q}_s$$

Il vettore densità di flusso  $\bar{G}$  può essere scomposto in una componente diffusiva  $\bar{G}_D$  ed in una convettiva  $\bar{G}_C$ , la parte convettiva del vettore di flusso descrive il fenomeno del trasporto dovuto alle forze esterne e viene definita come prodotto tra la velocità  $\bar{v}$  del flusso e la quantità di materia trasportata  $F$ : risulta pertanto  $\bar{G}_C = \bar{v}F$ .

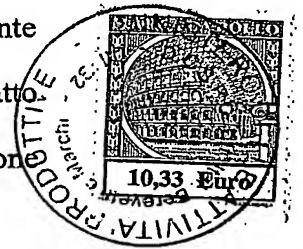
La componente diffusiva è invece derivante dal rimescolamento, presente anche nei fluidi a riposo, dovuto all'agitazione termica, ed è solitamente proporzionale, secondo la legge di Fick, al gradiente di  $F$

$G_D = \gamma \nabla F$  dove  $\gamma$  è la costante di diffusività. L'evoluzione temporale della funzione volumetrica  $F$  dovuta alla diffusività è regolata (come risulta verificabile imponendo la conservazione della massa) dall'equazione differenziale alle derivate parziali del calore e quindi il suo contributo risulta principalmente connesso con una regolarizzazione ed un appiattimento della funzione  $F$ . L'effetto del contributo diffusivo è quindi stato preso in considerazione applicando un filtraggio gaussiano all'intera funzione volumetrica.

L'intensità e l'orientazione della velocità  $v$  del fluido è determinata in ciascuna cella della matrice. Tale velocità è stata definita orientando il flusso verso il punto della nuvola 3D (che descrive l'oggetto) più vicina alla cella, ed il modulo di tale vettore è stato scelto direttamente proporzionale alla distanza: in tal modo entrambi i fluidi rallentano progressivamente avvicinandosi alla nuvola di punti e convergono alla superficie di contatto finale. L'equazione che è stata quindi utilizzata per descrivere l'evoluzione dei due fluidi è la seguente:

$$\frac{\partial F(\bar{x}_i, t)}{\partial t} = \frac{\int_{\Omega} F(\bar{x}, t) |\bar{v}(\bar{x})| \cdot e^{-\frac{|\bar{x} - \bar{x}_i|^2}{2\sigma^2}} d\bar{x}}{\int_{\Omega} |\bar{v}(\bar{x})| \cdot e^{-\frac{|\bar{x} - \bar{x}_i|^2}{2\sigma^2}} d\bar{x}}$$

La variazione locale della quantità di fluido contenuto nella cella  $i$ -esima  $F(\bar{x}_i, t)$  tra due istanti successivi risulta pertanto determinata dal contributo convettivo derivante da ciascuna cella  $F(\bar{x}, t) |\bar{v}(\bar{x})|$  pesato con una gaussiana la cui deviazione standard  $\sigma$  descrive il grado di diffusione del fluido tra le diverse celle.



La velocità  $\bar{v}(\bar{x})$  è stata definita per ciascuna cella proporzionale alla distanza tra il centro della cella ed il più vicino punto appartenente alla nuvola 3D. In particolare il modulo di tale velocità è pari a  $|\bar{x}_i - \bar{p}|^\alpha$  dove  $\bar{x}_i$  è il centro della cella  $i$ -esima, mentre  $\bar{p}$  è il punto ad esso più vicino della nuvola di punti (il punto a distanza minore dal centro della cella  $i$ -esima),  $\alpha$  è invece un parametro che regola l'andamento della funzione velocità. Sperimentalmente è stato determinato che valori accettabili per  $\alpha$  sono compresi tra 1,5 e 2,5. Tanto maggiore è tale valore tanto più la velocità sarà lenta in prossimità dei punti mentre sarà rapida a grande distanza. Tale caratteristica, anche se molto importante per una evoluzione rapida dei valori della matrice può comunque portare ad una convergenza finale lenta. Un valore preferito del valore di  $\alpha$  è pari a 2.0.

Un'altra proprietà dei fluidi utilizzata nel modello è la viscosità, il cui valore determina la deviazione standard  $\sigma$  all'interno dell'equazione. Tale proprietà descrive l'attrito viscoso che agisce internamente al fluido limitandone la mobilità. Considerando tale proprietà impediamo che i fluidi attraversino la superficie ricostruita fluendo tra gli interstizi dei diversi punti. Questa proprietà è particolarmente importante in quanto tramite essa è possibile onorare correttamente particolari disposizioni di punti quali lame sottili od oggetti particolarmente appuntiti. Grazie alla viscosità, i fluidi non attraversano la superficie la quale resta aderente alla lama o alla punta. Risulta inoltre possibile ridurre la curvatura dell'intera superficie ottenendo superfici particolarmente levigate e riducendo la rugosità superficiale che può anche essere originata dall'errore di misura. Occorre però ricordare che valori elevati possono comunque limitare la capacità dell'algoritmo di rappresentare

oggetti con superfici particolarmente frastagliate e di consentire l'afflusso del liquido all'interno di zone concave. Per quanto sopra detto la viscosità è un parametro la cui scelta viene determinata a seconda della tipologia dell'oggetto considerato, dall'imprecisione del sistema di acquisizione utilizzato e dal grado di fedeltà col quale desidera che la superficie finale aderisca alla nuvola di punti.

Un ulteriore aspetto che è stato utilizzato dalla modellizzazione fisica dei fluidi è la turbolenza, la quale tratta la presenza di gorghi che descrivono variazioni locali della funzione velocità.

La presenza della turbolenza può sviluppare localmente pressioni elevate e possono generare instabilità nel flusso ma allo stesso tempo può favorire la penetrazione del fluido all'interno di aperture molto piccole ed impedirne il ristagno in zone con velocità modeste.

La presenza di vortici è stata introdotta modulando il campo di velocità con piccole oscillazioni nelle diverse direzioni attorno alla configurazione iniziale. A causa della stretta correlazione tra il vettore velocità in ciascuna cella ed il vettore che punta verso il punto più vicino della nuvola 3D, le oscillazioni locali del campo di velocità possono anche essere interpretate come una deformazione elastica della nuvola di punti nelle varie direzioni la quale può agevolare l'ingresso del fluido all'interno di zone anguste.

La modulazione della funzione velocità è applicata ciclicamente lungo i tre assi spaziali moltiplicando per un fattore i termini  $v$  delle velocità delle celle che giacciono orientati parallelamente a tali assi rispetto alla cella  $i$ -esima in esame e la sua intensità è controllabile esternamente, in particolare ad ogni iterazione viene amplificata la velocità in una data direzione e/o

ridotta di una pari quantità la velocità nelle altre due direzioni. Ovviamente maggiori saranno i coefficienti di espansione utilizzati maggiore sarà la turbolenza. Valori troppo elevati possono però determinare un eccessivo rimescolamento anche tra i due fluidi sulla superficie di contatto inducendo la fuoriuscita del fluido interno o un'eccessiva penetrazione del fluido esterno nell'oggetto considerato.

L'equazione precedente che è stata utilizzata per descrivere l'evoluzione dei due fluidi è stata discretizzata per poter eseguire le operazioni più facilmente mediante un calcolatore ed è descritta dalla seguente equazione.

$$F(\bar{x}_i, t+1) - F(\bar{x}_i, t) = \frac{F(\bar{x}_i, t) \cdot v_i + w \cdot \sum_j F(\bar{x}_j, t) \cdot v_j}{v_i + w \cdot \sum_j v_j} - F(\bar{x}_i, t)$$

dove

$\bar{x}_i$  rappresenta le coordinate spaziali (array tridimensionale) della cella  $i$ -esima,

$F(\bar{x}_i, t)$  rappresenta il valore della cella  $i$ -esima al tempo  $t$ ,

$v_i$  rappresenta la velocità (o la distanza come precedentemente definita),

$w$  rappresenta un valore prefissato di viscosità, e

$j$  è un valore prefissato che indica un intorno di celle della cella  $i$ -esima.

In particolare, la sommatoria indice  $j$  considera il contributo delle celle immediatamente più vicine al punto in esame. Preferibilmente, è stato scelto di limitare tale interazione esclusivamente alle prime 6 celle vicine a ciascuna cella in esame, ossia che condividono con esso un'intera faccia della cella

cubica (le celle a distanza 1 dalla cella in esame).

Ci riferiamo ora alla figura 1 che mostra il diagramma di flusso del metodo per la determinazione della superficie tridimensionale di un oggetto. Tale diagramma di flusso descrive come un programma per calcolatore effettua il calcolo per la determinazione della superficie tridimensionale di un oggetto.

#### Fase 1 - Definizione dati.

In questa fase vengono definite le coordinate di una pluralità di punti dell'oggetto che si vuole rappresentare. L'insieme dei punti viene descritto come un insieme di vettori a 3 componenti, contenenti le coordinate spaziali di ciascun punto. Non viene richiesta nessuna informazione aggiuntiva relativa ai punti.

#### Fase 2 - Definizione matrice di celle.

In questa fase viene descritta la matrice di celle (o griglia tridimensionale) che definisce il dominio di evoluzione del valore di  $F$ . Il numero di celle è scelto in base alle dimensioni dell'oggetto che si vuole rappresentare. Si determina il numero di celle che verranno utilizzate in base all'estensioni lungo i tre assi dell'oggetto. Mantenendo quindi una forma cubica per ogni cella elementare della matrice, viene definita una griglia che contiene esattamente il nostro oggetto. Risulta anche possibile definire una forma delle celle non cubica, ossia si può impostare una diversa risoluzione della matrice lungo i diversi assi. Questo può essere molto importante per oggetti nei quali sia necessaria una elevata risoluzione soltanto in una dimensione come ad esempio bassorilievi, facciate di edifici, ecc.

E' anche possibile definire una matrice ruotata rispetto agli assi secondo

cui è stato acquisito l'oggetto ed, in particolare, allinearla con le direzioni principali dell'oggetto stesso. Risulta così possibile minimizzare il numero di celle impiegate pur mantenendo la medesima risoluzione. Ad ogni cella appartiene un centro con le appropriate coordinate, ed ad ogni cella sarà possibile associare un valore

#### Fase 3 - Determinazione della velocità.

In questa fase viene definito il campo delle velocità che competono a ciascuna cella della griglia. Come abbiamo visto precedentemente il campo di velocità è strettamente dipendente dalla distanza di ciascun centro delle celle dal punto più vicino della nuvola di punti. Quindi, il campo delle distanze è una matrice tridimensionale delle medesime dimensioni della griglia. Per ciascuna cella viene determinato il punto della nuvola 3D che gli risulta più vicino (a distanza minore) e viene calcolata la distanza come  $|\bar{x}_i - \bar{p}|^a$  tra tale punto ed il centro della cella. Tale valore viene memorizzato nella cella equivalente della matrice delle distanze.

Si noti che non è necessario conoscere la direzione delle velocità ma soltanto il modulo.

E' importante notare come, la dipendenza della complessità computazionale di questo metodo dal numero di punti della nuvola 3D sia limitata esclusivamente alla determinazione del campo di velocità, una sola volta all'inizio della procedura, e tutta la fase evolutiva è completamente indipendente dal numero di punti campione utilizzati.

#### Fase 4 - Disposizione delle sorgenti.

Sono possibili diverse disposizioni delle sorgenti. Una prima disposizione prevede che le sorgenti esterne siano poste esclusivamente sui bordi della



matrice (i quali verranno quindi sempre mantenuti al valore +1 durante tutta l'evoluzione) e tutti le restanti celle siano invece riempiti di fluido esterno (valore pari a -1). Una seconda disposizione invece prevede che vengano forniti anche una o più sorgenti interne, in tal caso le celle del contorno saranno sempre mantenuti a +1, le celle interne avranno valore pari a 0, mentre le sorgenti interne saranno sempre mantenute a -1. Questo metodo consente un'evoluzione ancora più veloce ma richiede delle informazioni iniziali relative alla collocazione delle sorgenti interne aggiuntive che sono difficilmente disponibili.

#### Fase 5 - Fissaggio parametri di viscosità e turbolenza.

La viscosità (nella formula discretizzata rappresentata da  $w$ ) regola la diffusione del fluido e quindi il peso dell'interazione tra ogni singola cella ed i suoi vicini. Il valore preferito di  $w$  risulta compreso tra 0,1 e 0,9.

I parametri relativi alla turbolenza indicano come le velocità del fluido, in ogni cella, vengano alterate ad ogni iterazione al fine di simulare l'effetto turbolento. In particolare risulta possibile fissare per ciascuno dei 3 assi il coefficiente per il quale verrà moltiplicata ciclicamente la velocità in tale direzione. I fattori moltiplicativi per la velocità variano preferibilmente da un minimo di 0,5 fino ad un massimo di 1,5. L'uso del regime turbolento è facoltativo.

#### Fase 6 - Avvio della procedura.

Per velocizzare le operazioni, ed in modo facoltativo, in questa fase viene predisposta una ulteriore matrice tridimensionale delle dimensioni della matrice delle celle nella quale viene contenuta l'informazione sull'aggiornabilità o meno delle diverse celle. Se una cella è aggiornabile il

suo contenuto sarà processato dall'algoritmo evolutivo e quindi il contenuto di liquido al suo interno potrà variare tra due iterazioni. Celle non aggiornabili sono le sorgenti (che vengono sempre mantenute al medesimo valore, +1 o -1). Nel corso dell'evoluzione possono diventare non aggiornabili anche quelle celle per i quali la variazione di liquido tra due iterazioni non è stata significativa (al di sotto di una certa soglia impostata) e quindi tali celle vengono congelate fintanto che il fronte evolutivo non giunga a lambirli.

#### Fase 7 - Aggiornamento celle.

E' la fase principale del metodo nella quale si determina il valore della quantità di fluido presente in ogni cella della matrice tridimensionale di celle.

L'impiego della gaussiana all'interno dell'integrale prevedrebbe l'analisi ad ogni iterazione dell'interazione di ciascuna cella con tutto la matrice delle celle, il che risulterebbe particolarmente gravoso in termini computazionali.

Nel caso con la formula discretizzata, risulta possibile e preferibile limitare l'estensione di tale interazione esclusivamente ad un intorno di celle più vicine alla cella  $i$ -esima, che possono essere ad esempio 6 o 18 o 26 (la cella considerata è al centro di una matrice  $3 \times 3 \times 3$ ), cioè quelle che si trovano rispettivamente a contatto di faccia, di spigolo o vertice (ossia a distanza 1,  $\sqrt{2}$  e  $\sqrt{3}$  dalla cella in esame, nel caso di celle cubiche) dalla cella  $i$ -esima. Preferibilmente sono state scelte le 6 celle più vicine, ossia le 6 celle che contattano le 6 facce della cella  $i$ -esima.

Una volta aggiornato la cella, viene valutata la variazione rispetto al valore precedente e se tale valore è inferiore ad una soglia impostata dall'utente il contenuto della cella viene congelato ed la cella viene dichiarato non aggiornabile.

#### Fase 8 - Visualizzazione

Risulta possibile, se di interesse, visualizzare il level-set zero, ossia la superficie di separazione tra i due fluidi. L'algoritmo utilizzato è quello comunemente noto col nome di Marching Cubes (si veda ad esempio l'articolo "Marching cubes: a high resolution 3D surface construction algorithm", di William E. Lorensen e Harvey E. Cline, da Computer Graphics, Volume 21, Numero 4, Luglio 1987) mediante il quale è possibile ottenere un'efficace triangolazione del level-set zero ed una risoluzione sub-pixel grazie all'interpolazione lineare effettuata su celle contigue. La triangolazione così ottenuta viene rappresentata a video, ad esempio, tramite un programma di interfaccia denominato OpenGL che consente una visualizzazione in tempo reale ed una interazione diretta con l'utente il quale può interattivamente cambiare a suo piacimento il punto di vista analizzando l'evoluzione del level-set in tempo reale.

#### Fase 9 - Determinazione delle variazioni di flusso.

Al termine di ogni evoluzione viene valutata la quantità complessiva di fluido che è stata mossa.

#### Fase 10 - Evoluzione ciclo.

Se la quantità complessiva di fluido che è stata mossa è inferiore di una soglia prefissata l'evoluzione viene interrotta alla fase 11, altrimenti effettua un'ulteriore iterazione.

Alla fase 11, quando si è terminato il calcolo, si ottiene una matrice tridimensionale di punti che definisce i valori che assume ogni punto la funzione volumetrica.

Risulta possibile applicare un filtro passa basso a tale matrice in modo da



ottenere una superficie ricostruita più levigata rimuovendo possibili errori di campionamento senza agire sui parametri di viscosità (che potrebbero pregiudicare la corretta determinazione di zone concave). L'implementazione di tale filtro è analoga a quella per effettuare un filtraggio mono e bidimensionale: l'intera funzione volumetrica viene convoluta con una matrice tridimensionale contenente i valori del filtro. Ad esempio è possibile realizzare in filtro passa basso impiegando una matrice  $3 \times 3 \times 3$  nella quale l'elemento centrale ha il valore massimo e gli altri elementi possiedono un valore dato dal valore di una funzione gaussiana dipendente dalla loro distanza dal centro della matrice.

Con il presente metodo, nel caso in cui risulta possibile e conveniente scomporre una superficie di grosse dimensioni in parti distinte, risulta possibile calcolare l'evoluzione singolarmente su ciascuna parte e ricomporre poi le varie funzioni volumetriche. In questo modo risulta anche possibile utilizzare risoluzioni differenti per le diverse parti per poi ricomporle su un'unica matrice comune. E' preferibile, al fine di migliorare il raccordo tra le diverse parti, che tra le diverse zone definite, vi sia sovrapposizione, ossia che parte dei punti estremi appartenenti ad una zona vengano inglobati anche nella zona contigua. Una volta che si hanno le matrici delle varie zone, esse vengono disposte su una matrice comune con risoluzione pari alla massima risoluzione impiegata. Nel caso in cui un il contenuto di una cella della griglia finale venga contemporaneamente descritto da due funzioni volumetriche (in quanto si sovrappongono) viene scelto come valore per tale cella il minimo tra tutte le funzioni volumetriche che lo descrivono.

Il metodo per la determinazione della superficie tridimensionale di un

oggetto, qui descritto, è trascrivibile in un codice di programma, in modo ben noto da un tecnico del ramo, che può essere memorizzato su qualsiasi tipo di memoria o supporto (floppy, CD) e/o reso eseguibile da un calcolatore.

## RIVENDICAZIONI

1. Metodo per la determinazione della superficie tridimensionale di un oggetto comprendente le fasi di:

definire (1) le coordinate di una pluralità di punti di detto oggetto;

definire (2) una matrice tridimensionale di celle che contenga detto oggetto alle quali è possibile associare un valore;

determinare (3) la distanza tra ogni centro di dette celle di detta matrice tridimensionale di celle ed il punto più vicino di detta pluralità di punti di detto oggetto;

fissare (4) il valore di alcune celle di detta matrice tridimensionale di celle ad un primo valore prefissato;

determinare (7) il valore che assume ogni cella di detta matrice tridimensionale di celle, ad eccezione di dette alcune celle, mediante la seguente formula

$$F(\bar{x}_i, t+1) = \frac{F(\bar{x}_i, t) \cdot v_i + w \cdot \sum_j F(\bar{x}_j, t) \cdot v_j}{v_i + w \cdot \sum_j v_j}$$

dove

$\bar{x}_i$  rappresenta le coordinate del centro della cella  $i$ -esima,

$F(\bar{x}_i, t)$  rappresenta il valore della cella  $i$ -esima al tempo  $t$ ,

$v_i$  rappresenta detta distanza,

$w$  rappresenta un secondo valore prefissato, e

$j$  indica un intorno di celle della cella  $i$ -esima;

determinare (9) la somma in modulo delle variazioni del valore di ogni cella tra il tempo  $t$  ed il tempo  $t+1$ ;

ripetere (10) detta fase di determinare il valore che assume ogni cella di detta matrice tridimensionale di celle se detta somma è maggiore di un terzo valore prefissato.

2. Metodo in accordo alla rivendicazione 1 caratterizzato dal fatto che detta cella di detta matrice tridimensionale è di forma cubica.

3. Metodo in accordo alla rivendicazione 1 caratterizzato dal fatto che detta cella di detta matrice tridimensionale di celle è di forma parallelepipedo.

4. Metodo in accordo alla rivendicazione 1 caratterizzato dal fatto che detta distanza è determinata mediante la seguente formula

$$|\bar{x}_i - \bar{p}|^\alpha$$

dove

$\bar{x}_i$  rappresenta le coordinate del centro della cella  $i$ -esima,

$\bar{p}$  rappresenta le coordinate di un punto, di detta pluralità di punti di detto oggetto, a distanza minore dal centro della cella  $i$ -esima,

$\alpha$  rappresenta un quarto valore prefissato.

5. Metodo in accordo alla rivendicazione 4 caratterizzato dal fatto che detto quarto valore prefissato è compreso tra 1,5 e 2,5 e preferibilmente pari a 2.

6. Metodo in accordo alla rivendicazione 1 caratterizzato dal fatto che la fase di fissare il valore di alcune celle di detta matrice tridimensionale di celle ad un primo valore prefissato comprende la fase di fissare al valore +1 tutti i valori delle celle poste ai bordi di detta matrice tridimensionale di celle e fissare al valore di -1 il valore delle restanti celle.

7. Metodo in accordo alla rivendicazione 1 caratterizzato dal fatto che detto secondo valore prefissato è compreso tra 0,1 e 0,9.



8. Metodo in accordo alla rivendicazione 1 caratterizzato dal fatto che l'indice  $j$  rappresenta un intorno di celle a contatto di faccia o di spigolo o di vertice dalla cella  $i$ -esima.

9. Metodo in accordo alla rivendicazione 1 caratterizzato dal fatto di comprendere la fase di filtrare detto valore che assume ogni cella di detta matrice tridimensionale di celle moltiplicandolo per un quinto valore prefissato.

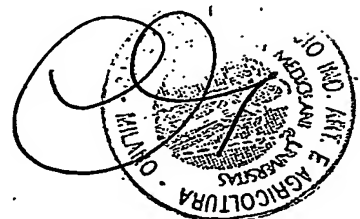
10. Metodo in accordo alla rivendicazione 1 caratterizzato dal fatto di comprendere la fase di moltiplicare ciclicamente lungo i tre assi spaziali detta distanza per un coefficiente moltiplicativo.

11. Metodo in accordo alla rivendicazione 1 caratterizzato dal fatto che la fase di definire le coordinate di una pluralità di punti di detto oggetto comprende la fase di suddividere detto oggetto in almeno due parti distinte; effettuare tutte le fasi rimanenti della rivendicazione 1 per ognuna di dette almeno due parti distinte; combinare detto valore che assume ogni cella di detta matrice tridimensionale di celle di dette almeno due parti distinte scegliendo il valore minore nel caso di sovrapposizione di celle.

12. Programma per calcolatore comprendente un codice di programma che esegue tutte le fasi di qualsiasi rivendicazione precedente quando detto programma è eseguito su detto calcolatore.

13. Programma per calcolatore registrato su un supporto utilizzabile da detto calcolatore per controllare l'esecuzione di tutte le fasi di qualsiasi rivendicazione precedente.

Dr. Ing. Enrico Mittler





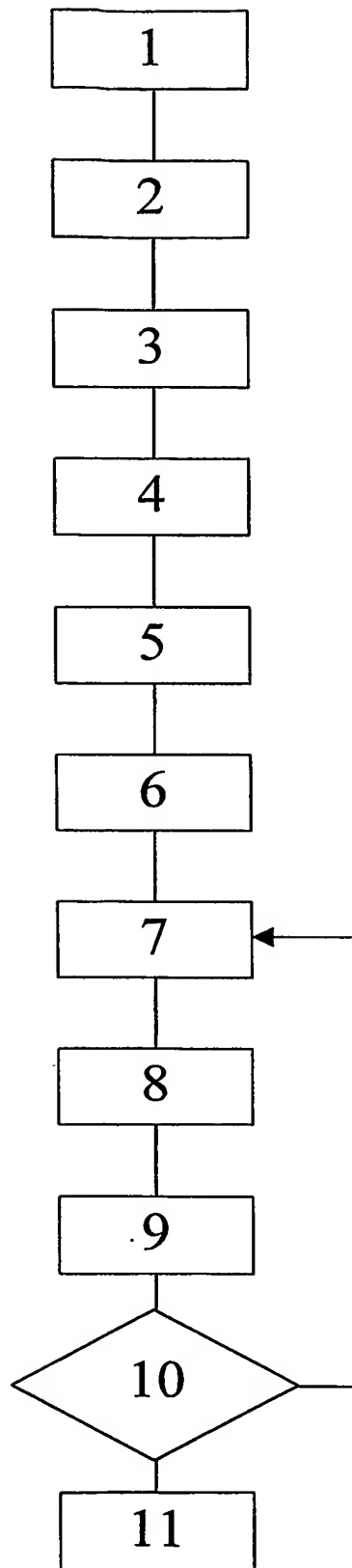
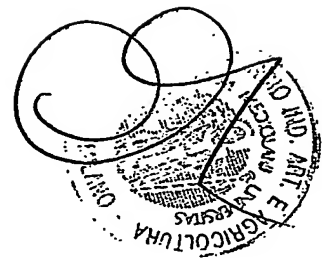


Fig. 1

MI 200 34001779



Dr. Ing. Enrico MITTLER

**This Page is Inserted by IFW Indexing and Scanning  
Operations and is not part of the Official Record**

**BEST AVAILABLE IMAGES**

Defective images within this document are accurate representations of the original documents submitted by the applicant.

Defects in the images include but are not limited to the items checked:

☐ **BLACK BORDERS**

☐ **IMAGE CUT OFF AT TOP, BOTTOM OR SIDES**

☒ **FADED TEXT OR DRAWING**

☐ **BLURRED OR ILLEGIBLE TEXT OR DRAWING**

☐ **SKEWED/SLANTED IMAGES**

☐ **COLOR OR BLACK AND WHITE PHOTOGRAPHS**

☐ **GRAY SCALE DOCUMENTS**

☒ **LINES OR MARKS ON ORIGINAL DOCUMENT**

☐ **REFERENCE(S) OR EXHIBIT(S) SUBMITTED ARE POOR QUALITY**

☐ **OTHER:** \_\_\_\_\_

**IMAGES ARE BEST AVAILABLE COPY.**

**As rescanning these documents will not correct the image problems checked, please do not report these problems to the IFW Image Problem Mailbox.**